

EAM 1ère spécialité, Amérique du nord 2026

Première partie : QCM

1. **Réponse B.** En respectant les priorités opératoires :

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times 4 = \frac{1}{2} + \frac{12}{2} = \frac{13}{2}.$$

2. **Réponse B.** Soit V le volume total de l'iceberg. Le volume de la partie visible correspond à 10 % de V . On a donc l'équation $0,10 \times V = 150$, d'où $V = \frac{150}{0,10} = 1500$.

3. **Réponse D.** Multiplier un prix par 0,845 revient à appliquer un taux d'évolution t tel que $1 + t = 0,845$. On en déduit que $t = 0,845 - 1 = -0,155$, ce qui correspond à une baisse de 15,5 %.

4. **Réponse C.** L'expression $A(x)$ est le produit de deux fonctions affines. Étudions le signe de chaque facteur :

- $x + 8 = 0 \iff x = -8$ et $x + 8 > 0 \iff x > -8$

- $x + 5 = 0 \iff x = -5$ et $x + 5 > 0 \iff x > -5$

On dresse alors le tableau de signes du produit :

x	$-\infty$	-8	-5	$+\infty$	
$x+8$	$-$	0	$+$	$+$	
$x+5$	$-$	$-$	0	$+$	
$A(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

On retrouve bien le tableau proposé dans la réponse C.

5. **Réponse B.** Le mot SINGE est composé de 5 lettres au total, dont 2 voyelles (I et E). Sachant que le singe choisit une lettre de ce mot (événement M réalisé), la probabilité que ce soit une voyelle (événement V) correspond à la proportion de voyelles dans ce mot, soit $\frac{2}{5}$.
6. **Réponse C.** L'ordonnée à l'origine se lit à l'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées : le point a pour coordonnées $(0; 30)$, donc l'ordonnée à l'origine est 30. Le coefficient directeur est calculé à l'aide d'un second point identifiable, par exemple $(3; 0)$: $\frac{0-30}{3-0} = \frac{-30}{3} = -10$. L'expression algébrique de la fonction affine est $f : x \mapsto -10x + 30$.

7. **Réponse B.** On développe les deux carrés à l'aide des identités remarquables. Pour tout réel x , on a :

$$(x+2)^2 - (1-x)^2 = (x^2 + 4x + 4) - (1 - 2x + x^2) = x^2 + 4x + 4 - 1 + 2x - x^2 = 6x + 3$$

On aurait également pu factoriser en utilisant la différence de carrés :

$$(x+2)^2 - (1-x)^2 = ((x+2) - (1-x))((x+2) + (1-x)) = (2x+1)(2) = 6x + 3$$

On retrouve bien l'expression proposée dans la réponse B.

8. **Réponse C.** Résolvons l'équation. Soit $x \in \mathbb{R}$. On a $2(x-4) - (2x+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 8 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow -9 = 0$.

Cette égalité étant fausse, l'équation n'admet aucune solution.

9. **Réponse B.** Il est préférable de décomposer les nombres en produits de facteurs premiers et d'utiliser les propriétés des puissances. Sachant que $27 = 3^3$, on a :

$$E = \frac{2 \times 3^2}{27 \times 2^3} = \frac{2^1 \times 3^2}{3^3 \times 2^3}$$

En simplifiant le numérateur et le dénominateur par les facteurs communs (2 d'une part, et 3^2 d'autre part) :

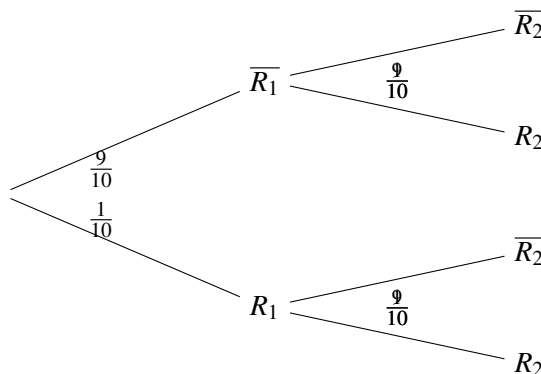
$$E = \frac{1}{3^1 \times 2^2} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{12}$$

Deuxième partie

Exercice 1

Partie A

1. L'urne contenant 1 boule rouge et 9 boules vertes, la probabilité de tirer une rouge est de $\frac{1}{10}$ et celle de tirer une verte est de $\frac{9}{10}$. Le tirage se fait avec remise, les probabilités sont donc identiques au second tirage.



2. (a) Le coût initial de la participation est de 1 euro. Si le joueur tire deux boules rouges, sa récompense est de 3 euros, ce qui amène à un gain algébrique de $3 - 1 = 2$ euros. Si le joueur tire deux boules vertes, sa récompense est de 1 euro, son gain algébrique est de $1 - 1 = 0$ euro. Dans les autres cas, il ne reçoit rien, son gain algébrique est de $0 - 1 = -1$ euro. Les valeurs prises par la variable aléatoire X sont donc : $\{-1; 0; 2\}$.

- (b) L'événement $(X = -1)$ est réalisé lorsque le joueur tire des boules de couleurs différentes. Cet événement correspond à l'union des événements disjoints $(R_1 \cap \overline{R_2})$ et $(\overline{R_1} \cap R_2)$. Ainsi,

$$P(X = -1) = P(R_1 \cap \overline{R_2}) + P(\overline{R_1} \cap R_2).$$

Les tirages s'effectuant avec remise, les événements liés au premier et au second tirage sont indépendants. La probabilité de leur intersection est donc égale au produit de leurs probabilités :

$$P(X = -1) = P(R_1) \times P(\overline{R_2}) + P(\overline{R_1}) \times P(R_2) = \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} + \frac{9}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{9}{100} + \frac{9}{100} = \frac{18}{100}$$

(c) Il reste à déterminer les probabilités pour $k = 0$ et $k = 2$.

Par indépendance des tirages, on a :

$$P(X = 2) = P(R_1 \cap R_2) = P(R_1) \times P(R_2) = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100}$$

Par ailleurs :

$$P(X = 0) = P(\overline{R_1} \cap \overline{R_2}) = P(\overline{R_1}) \times P(\overline{R_2}) = \frac{9}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{100}$$

La somme des probabilités vaut bien $\frac{18+81+1}{100} = 1$. Le tableau de la loi de probabilité de X est le suivant :

k	-1	0	2
$P(X = k)$	$\frac{18}{100}$	$\frac{81}{100}$	$\frac{1}{100}$

(d) Par définition, l'espérance de X est la somme des produits des valeurs par leurs probabilités respectives :

$$E(X) = -1 \times \frac{18}{100} + 0 \times \frac{81}{100} + 2 \times \frac{1}{100} = \frac{-18 + 0 + 2}{100} = -\frac{16}{100} = -0,16.$$

L'espérance est de $-0,16$. Cela signifie qu'en moyenne, s'il joue un grand nombre de parties, le joueur perdra 0,16 euro (ou 16 centimes) par partie jouée.

Partie B

1. L'urne contient à présent n boules rouges et $10 - n$ boules vertes. Le nombre total de boules reste 10. La probabilité de tirer une boule rouge lors d'un tirage est $P(R) = \frac{n}{10}$. La probabilité de tirer une boule verte est $P(V) = \frac{10-n}{10}$.

Identifions les différentes issues du jeu et les valeurs de la variable aléatoire Y (gain algébrique) associées :

- **Obtenir deux boules rouges** (Gain $Y = 2$) : La probabilité est

$$P(Y = 2) = \left(\frac{n}{10}\right) \times \left(\frac{n}{10}\right) = \frac{n^2}{100}.$$

- **Obtenir deux boules vertes** (Gain $Y = 0$) : La probabilité est

$$P(Y = 0) = \left(\frac{10-n}{10}\right) \times \left(\frac{10-n}{10}\right) = \frac{(10-n)^2}{100} = \frac{100 - 20n + n^2}{100}.$$

- **Obtenir deux couleurs différentes** (Gain $Y = -1$) : La probabilité s'obtient en ajoutant la probabilité des branches (Rouge, Verte) et (Verte, Rouge). Soit

$$P(Y = -1) = 2 \times \left(\frac{n}{10}\right) \times \left(\frac{10-n}{10}\right) = \frac{2n(10-n)}{100} = \frac{20n - 2n^2}{100}.$$

On calcule alors l'espérance mathématique $E(Y)$:

$$E(Y) = 2 \times P(Y = 2) + 0 \times P(Y = 0) + (-1) \times P(Y = -1)$$

d'où :

$$E(Y) = 2 \times \frac{n^2}{100} - 1 \times \frac{20n - 2n^2}{100} = \frac{2n^2 - (20n - 2n^2)}{100} = \frac{2n^2 - 20n + 2n^2}{100}.$$

En regroupant les termes, on obtient bien l'expression attendue :

$$E(Y) = \frac{4n^2 - 20n}{100}.$$

2. Le jeu est équitable pour le joueur et pour le forain lorsque l'espérance du gain algébrique est nulle. On cherche donc l'entier naturel $n \in [0; 10]$ tel que $E(Y) = 0$. On résout l'équation : $\frac{4n^2 - 20n}{100} = 0$, ce qui équivaut à $4n^2 - 20n = 0$. En factorisant par $4n$, on obtient l'équation produit nul $4n(n - 5) = 0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul. On obtient $4n = 0$ ou $n - 5 = 0$, ce qui donne $n = 0$ ou $n = 5$. Le jeu est équitable si l'urne contient exactement 0 ou 5 boules rouges.

Exercice 2

Partie A

1. Par lecture graphique, en se plaçant à l'abscisse $x = 11$ (qui correspond à l'horaire de 11h00), on rejoint la courbe $\mathcal{C}_f$ et on projette sur l'axe des ordonnées. L'ordonnée correspondante sur la graduation 6. La puissance électrique des panneaux solaires à 11h00 est de 6 kW.
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 5$ revient à chercher les abscisses des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ situés sur ou au-dessus de la droite horizontale d'équation $y = 5$. Graphiquement, l'ensemble des solutions est l'intervalle $[10,5; 15,5]$. Dans le contexte de l'énoncé, cela signifie que la puissance électrique délivrée par les panneaux solaires est supérieure ou égale à 5 kW entre 10h30 et 15h30.

Partie B

1. Le tarif réglementé augmente de 6 % chaque année. Mathématiquement, une hausse de 6 % revient à multiplier la valeur par le coefficient multiplicateur $1 + \frac{6}{100} = 1,06$. Pour tout entier naturel n , on a la relation $c_{n+1} = c_n \times 1,06$. La suite (c_n) est donc une suite géométrique de raison $q = 1,06$ et de premier terme $c_0 = 0,15$.
2. D'après le cours sur le terme général des suites géométriques, on peut exprimer c_n en fonction de n : $c_n = c_0 \times q^n = 0,15 \times 1,06^n$.
3. L'année 2030 s'écrit sous la forme $2020 + n$ avec un entier $n = 10$. Le coût pour 1 kWh consommé en 2030 est donc évalué par le calcul $c_{10} = 0,15 \times 1,06^{10}$.
4. (a) Dans le cadre de ce programme Python :
 - La variable c représente le coût (en euros) d'un kilowattheure lors de l'année considérée $(2020 + n)$.
 - La variable S (initialisée à 0) agit comme un accumulateur et représente la somme totale en euros des économies réalisées (c'est-à-dire l'argent non dépensé pour les 2000 kWh générés par les panneaux) depuis l'année de l'installation en 2020.
- (b) L'instruction `while S < 7000` indique que la boucle continue de s'exécuter tant que les économies accumulées n'ont pas remboursé le coût initial d'installation des panneaux fixé à 7000 €. Le programme sort de la boucle dès que ce seuil financier est dépassé et affiche l'année relative n . L'affichage final du nombre 16 indique qu'il faudra attendre 16 ans après 2020 (soit l'année 2036) pour que la somme totale des factures d'électricité évitées dépasse 7000 €. C'est le délai d'amortissement estimé permettant de rentabiliser complètement l'investissement des panneaux solaires.

Exercice 3

1. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (4x - 4)e^{-0,5x} + 5$ est de la forme $u(x)v(x) + k$. Elle est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit et somme de fonctions dérivables sur cet intervalle. Pour tout réel x , on pose :

- $u(x) = 4x - 4$, de fonction dérivée $u' : x \mapsto 4$.
- $v(x) = e^{-0,5x}$, de fonction dérivée $v' : x \mapsto -0,5e^{-0,5x}$.

En utilisant la formule de dérivation d'un produit $(uv)' = u'v + uv'$, la fonction dérivée f' est donnée pour tout réel x par :

$$f'(x) = 4 \times e^{-0,5x} + (4x - 4) \times (-0,5e^{-0,5x}) + 0.$$

On développe le second terme puis on factorise par l'exponentielle :

$$f'(x) = 4e^{-0,5x} + (-2x + 2)e^{-0,5x} = (4 - 2x + 2)e^{-0,5x}.$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on obtient bien $f'(x) = (-2x + 6)e^{-0,5x}$.

2. Pour déterminer le signe de $f'(x)$, on utilise la propriété stricte de positivité de la fonction exponentielle : pour tout réel x , on a $e^{-0,5x} > 0$. Par les règles sur le signe d'un produit, le signe de $f'(x)$ est strictement identique à celui de l'expression affine $(-2x + 6)$. On résout l'inéquation suivante :

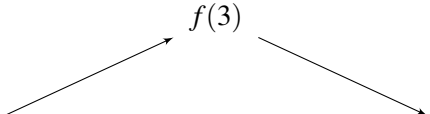
$$-2x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

En divisant par un nombre négatif (-2) , on inverse le sens de l'inégalité.

On en déduit les résultats suivants sur $\mathbb{R}$:

- $f'(x) > 0$ pour $x \in]-\infty; 3[$. La fonction f est strictement croissante sur $] -\infty; 3[$.
- $f'(x) = 0$ pour $x = 3$.
- $f'(x) < 0$ pour $x \in]3; +\infty[$. La fonction f est strictement décroissante sur $]3; +\infty[$.

Ces variations peuvent être résumées dans le tableau suivant :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
f			

3. La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ admet une tangente horizontale en un point d'abscisse x si et seulement si le nombre dérivé en ce point est nul, c'est-à-dire $f'(x) = 0$. D'après le travail effectué à la question précédente, l'unique solution à l'équation $f'(x) = 0$ sur $\mathbb{R}$ est $x = 3$. Il existe donc un seul point de $\mathcal{C}_f$ où la tangente est horizontale.

Calculons l'ordonnée de ce point, qui correspond à l'image de 3 par la fonction f :

$$f(3) = (4 \times 3 - 4)e^{-0,5 \times 3} + 5 = (12 - 4)e^{-1,5} + 5 = 8e^{-1,5} + 5.$$

Les coordonnées exactes du point pour lequel la tangente est horizontale sont donc $(3; 8e^{-1,5} + 5)$.