

EAM 1ère spécialité, Métropole 2026

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 points)

1. **Réponse c.** On utilise l'identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Pour tout réel x :

$$\begin{aligned}(3x - 2)^2 &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 \\ &= 9x^2 - 12x + 4\end{aligned}$$

2. **Réponse c.** La droite (Δ) passe par le point $J(0;2)$, son ordonnée à l'origine est donc 2. Elle passe également par le point $I(2;0)$. Son coefficient directeur m est donné par :

$$m = \frac{y_I - y_J}{x_I - x_J} = \frac{0 - 2}{2 - 0} = -1$$

Une équation de la droite (Δ) est donc $y = -x + 2$.

3. **Réponse d.** Soit N le nombre total d'élèves. Les élèves étudiant le latin représentent $100\% - 75\% = 25\%$ de la classe. On a donc l'équation :

$$0,25 \times N = 9$$

Ce qui donne $N = \frac{9}{0,25} = 36$. Il y a 36 élèves dans cette classe.

4. **Réponse b.** Augmenter une quantité de 15 % revient à lui ajouter 15 % de sa valeur, ce qui équivaut à la multiplier par le coefficient multiplicateur :

$$1 + \frac{15}{100} = 1 + 0,15 = 1,15$$

5. **Réponse b.** On effectue une simplification de fraction pour estimer l'ordre de grandeur :

$$\frac{150\,000}{3\,200} = \frac{1\,500}{32}$$

Sachant que $32 \times 50 = 1\,600$, la valeur la plus proche est bien 50.

6. **Réponse b.** Une durée de 1 minute et 40 secondes correspond à $60 + 40 = 100$ secondes. La vidéo contient 2 400 images réparties sur 100 secondes. Le nombre d'images par seconde est donc :

$$\frac{2\,400}{100} = 24 \text{ images/seconde}$$

7. **Réponse c.** Un point appartient à la courbe $\mathcal{C}_f$ si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation $y = f(x)$. Testons l'abscisse du point $C(3; 10)$:

$$\begin{aligned} f(3) &= 0,5 \times (3 - 3)^2 + 10 \\ &= 0,5 \times 0^2 + 10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

L'ordonnée obtenue correspond bien à celle du point C .

8. **Réponse c.** On utilise les propriétés des puissances pour simplifier l'expression :

$$\begin{aligned} A &= \frac{10^{201} \times 10^{-4}}{(10^2)^{100}} \\ &= \frac{10^{201-4}}{10^{2 \times 100}} \\ &= \frac{10^{197}}{10^{200}} \\ &= 10^{197-200} \\ &= 10^{-3} \end{aligned}$$

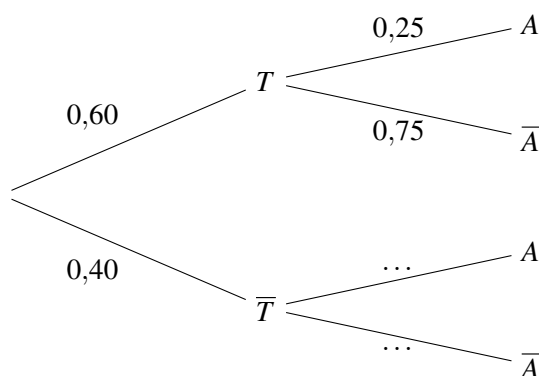
Ce qui s'écrit sous forme décimale : $A = 0,001$.

DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Exercice 1 (5 points)

1. D'après l'énoncé, 60 % des clients louent une bicyclette traditionnelle, donc $P(T) = 0,60$. On en déduit que $P(\bar{T}) = 1 - 0,60 = 0,40$. De plus, parmi les clients ayant loué une bicyclette traditionnelle, 25 % prennent une assurance. On a donc la probabilité conditionnelle $P_T(A) = 0,25$. On en déduit $P_T(\bar{A}) = 1 - 0,25 = 0,75$. Les probabilités conditionnelles issues du nœud $\bar{T}$ ne sont pas encore connues à ce stade.

Voici l'arbre pondéré complété avec les données initiales :



2. L'énoncé indique directement que « 20 % de l'ensemble des clients ont pris une assurance ». Par simple lecture, on a donc $P(A) = 0,20$.

3. L'événement "le client a loué une bicyclette traditionnelle et il a pris une assurance" correspond à l'intersection $T \cap A$. On calcule sa probabilité :

$$\begin{aligned} P(T \cap A) &= P(T) \times P_T(A) \\ &= 0,60 \times 0,25 \\ &= 0,15 \end{aligned}$$

4. Les événements T et $\bar{T}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(A) = P(T \cap A) + P(\bar{T} \cap A)$$

En isolant le terme recherché, on obtient :

$$\begin{aligned} P(\bar{T} \cap A) &= P(A) - P(T \cap A) \\ &= 0,20 - 0,15 \\ &= 0,05 \end{aligned}$$

5. On cherche à calculer la probabilité conditionnelle $P_{\bar{T}}(A)$. Par définition :

$$\begin{aligned} P_{\bar{T}}(A) &= \frac{P(\bar{T} \cap A)}{P(\bar{T})} \\ &= \frac{0,05}{0,40} \\ &= \frac{5}{40} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Sachant qu'il a loué une bicyclette électrique, la probabilité que le client ait pris une assurance est donc de $\frac{1}{8}$.

Exercice 2 (5 points)

1. AFFIRMATION 1 : VRAIE

L'équation (E) s'écrit $x^2 + x - u^2 = 0$. Il s'agit d'une équation polynomiale du second degré d'inconnue x . Calculons son discriminant Δ :

$$\begin{aligned} \Delta &= 1^2 - 4 \times 1 \times (-u^2) \\ &= 1 + 4u^2 \end{aligned}$$

Pour tout réel u , on a $u^2 \geq 0$, ce qui implique que $4u^2 \geq 0$, et par conséquent $1 + 4u^2 \geq 1$. On en déduit que, quelle que soit la valeur de u , le discriminant Δ est strictement positif. L'équation (E) possède donc toujours deux solutions réelles distinctes.

2. AFFIRMATION 2 : VRAIE

Pour tout entier naturel n , exprimons le terme u_{n+1} en fonction de u_n :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= 2^{-(n+1)} \\ &= 2^{-n-1} \\ &= 2^{-n} \times 2^{-1} \\ &= u_n \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

La relation $u_{n+1} = \frac{1}{2} \times u_n$ étant vérifiée pour tout entier naturel n , la suite (u_n) est bien une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$.

3. AFFIRMATION 3 : VRAIE

La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x , $f'(x) = e^x$. L'équation réduite de la tangente T au point d'abscisse 0 est donnée par :

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

Calculons les valeurs nécessaires :

- $f'(0) = e^0 = 1$
- $f(0) = e^0 - 1 = 1 - 1 = 0$

L'équation de la tangente T est donc :

$$y = 1(x-0) + 0 \implies y = x$$

Le point A a pour coordonnées $(3;3)$. Son ordonnée $y_A = 3$ est bien égale à son abscisse $x_A = 3$. Les coordonnées du point A vérifient l'équation de T , le point A appartient donc à cette tangente.

Exercice 3 (4 points)

1. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KP}$ se calculent ainsi :

$$\overrightarrow{KP} \begin{pmatrix} x_P - x_K \\ y_P - y_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 1 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La norme du vecteur $\overrightarrow{KP}$ représente la distance KP :

$$\begin{aligned} KP &= \sqrt{3^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

2. De manière analogue, pour tout réel x , les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KM}$ sont :

$$\overrightarrow{KM} \begin{pmatrix} x_M - x_K \\ y_M - y_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 3 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

La norme du vecteur $\overrightarrow{KM}$ (soit la distance KM) s'exprime par :

$$\begin{aligned} KM &= \sqrt{(x-1)^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{(x-1)^2 + 9} \end{aligned}$$

3. Dans le repère orthonormal fourni, on calcule le produit scalaire à l'aide des coordonnées des deux vecteurs :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} &= 3 \times (x-1) + 0 \times 3 \\ &= 3(x-1) \\ &= 3x-3\end{aligned}$$

4. D'après la définition géométrique du produit scalaire, on a également :

$$\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = KP \times KM \times \cos(\widehat{PKM})$$

L'énoncé suppose que l'angle $\widehat{PKM}$ vaut $\frac{\pi}{3}$. On sait que $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$. En remplaçant chaque terme par l'expression calculée aux questions précédentes, on obtient :

$$3x-3 = 3 \times \sqrt{(x-1)^2 + 9} \times \frac{1}{2}$$

En divisant les deux membres de l'égalité par 3, on simplifie l'expression :

$$x-1 = \sqrt{(x-1)^2 + 9} \times \frac{1}{2}$$

Il suffit ensuite de multiplier chaque membre par 2 pour isoler la racine :

$$2(x-1) = \sqrt{(x-1)^2 + 9}$$

Ce qui donne finalement :

$$2x-2 = \sqrt{(x-1)^2 + 9}$$

Le réel x est bien solution de l'équation (E).

5. Vérifions si le réel $1 + \sqrt{3}$ est solution de l'équation (E) en évaluant séparément les deux membres. Évaluons d'abord le membre de gauche avec $x = 1 + \sqrt{3}$:

$$\begin{aligned}\sqrt{(1+\sqrt{3}-1)^2 + 9} &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 9} \\ &= \sqrt{3+9} \\ &= \sqrt{12} \\ &= \sqrt{4 \times 3} \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

Évaluons ensuite le membre de droite :

$$\begin{aligned}2(1+\sqrt{3})-2 &= 2+2\sqrt{3}-2 \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

Les deux membres étant strictement égaux ($2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$), le réel $1 + \sqrt{3}$ est bien une solution exacte de l'équation (E).