Vers la première générale

Ce document est un rapide résumé des différentes propriétés et d'exercices à maîtriser pour aborder sereinement la spécialité Mathématiques pour l'année de Première Générale.

1 Calcul numérique

► Exercice 1

Effectuer les calculs suivant **sans utiliser la calculatrice**.

$\dfrac{1}{4}+\dfrac{2}{3}$ $\quad$ $\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{4}{5}+\dfrac{5}{6}$ $\quad$ $\dfrac{3}{2}\times\dfrac{16}{9}+\dfrac{7}{12}$ $\quad$ $\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{7}{5}\right)\times\dfrac{8}{31}$

$\dfrac{7}{3}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}$ $\quad$ $\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{5}$ $\quad$ $\dfrac{2}{7}\times\dfrac{21}{48}\times\dfrac{6}{4}$ $\quad$ $2\times\dfrac{20}{13}+\dfrac{5}{11}$

Définition 1 : Soit a un réel et n un entier naturel.

1. On note a^n le réel égal à $a\times a\times\ldots\times a$ où le réel a apparaît n fois.
2. On note a^{-n} le réel égal à $\dfrac{1}{a^n}$.

Propriété 1 : Soit a et b deux réels, m et n deux entiers relatifs.

$$a^m\times a^n=a^{m+n}\qquad \frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}\qquad (a^m)^n=a^{mn}\qquad a^m\times b^m=(ab)^m$$

► Exercice 2

Simplifier les expressions suivantes

$A=2^5\times\dfrac{2^3}{2^9}$ $\quad$ $B=\dfrac{3^4}{6^4}$ $\quad$ $C=\left(\dfrac{5}{3}\right)^7\times\dfrac{3^9}{5^8}$

$D=\dfrac{3^2\times 3^{-4}}{3^7\times 3^5}$ $\quad$ $E=\dfrac{\pi^7\times 2^3}{4\pi^6}$ $\quad$ $F=\dfrac{7^2\times\dfrac{1}{7^8}}{7^{-4}\times 49}$

$G=\dfrac{x^7\times(x^9)^3}{x^5\times x^2}$ $\quad$ $H=\dfrac{x^2\times x^{-1}\times x}{x^3}$ $\quad$ $I=\dfrac{(3x)^2\times 5x^3}{x^7}$

Définition 2 : Soit a un réel positif. On appelle racine carrée de a l'unique réel positif solution de l'équation $x^2 = a$. Ce réel est noté $\sqrt{a}$.

Propriété 2 : Soit a et b deux réels positifs. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

▶ **Exercice 3**

Simplifier au maximum les expressions suivantes

$A = \sqrt{16}$ $\quad B = \sqrt{8}$ $\quad C = \sqrt{18}$ $\quad D = \sqrt{\dfrac{81}{49}}$

$E = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ $\quad F = \dfrac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ $\quad G = \dfrac{\sqrt{27} \times \sqrt{8}}{\sqrt{24}}$ $\quad H = (\sqrt{5})^4$

Propriété 3 : Soit x et y deux réels tels que $x \leqslant y$.

- Pour tout réel a, on a $x + a \leqslant y + a$. On peut ajouter ou soustraire n'importe quel réel à gauche et à droite de chaque côté de l'inégalité.
- Pour tout réel $a > 0$, $ax \leqslant ay$. Multiplier chaque membre d'une inégalité par un réel strictement positif conserve l'ordre.
- Pour tout réel $a < 0$, $ax \geqslant ay$. Multiplier chaque membre d'une inégalité par un réel strictement négatif renverse l'ordre.

▶ **Exercice 4**

Soit x et y deux réels vérifiant $-1 \leqslant x \leqslant 7$ et $-2 \leqslant y \leqslant 3$

1. Donner un encadrement de $5x + 2y$
2. Donner un encadrement de $3x - 4y$
3. Donner un encadrement de $\dfrac{2x+1}{4} - \dfrac{1-2y}{3}$

▶ **Exercice 5**

Résoudre les inéquations suivantes. On donnera les solutions sous la forme d'un intervalle.

$3x + 1 \leqslant 0$ $\quad 5 - 2x > 0$ $\quad \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{7} < 0$

2 Calcul littéral - Equations, inéquations

▶ **Exercice 6**

Soit a, x et y des réels. Développer et réduire les expressions suivantes

$A = (2x+3)(4x+1)$ $\quad B = (5x+2)(3x-1)$

$C = (2y-1)(5-y)$ $\quad D = 3(4a-2)(2a-8)$

$E = \left(\dfrac{1}{5}x + \dfrac{1}{10}\right)\left(\dfrac{2}{5}x + \dfrac{3}{10}\right)$ $\quad F = (4x-5)(4x+1)(x+3)$

► Exercice 7
Soit x et y des réels. Factoriser les expressions suivantes

$G = (2x+3)(3x-1)+(2x+3)(4x+1)$

$H = (5x+2)(3x-1)-(4x+1)(5x+2)$

$I = (2y-1)^2+(2y-1)(y+2)$

$J = (3x+2)(7x-5)-(3x+2)^2$

$$K = \left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{2}{7}x-1\right)-\left(\frac{3}{5}x+2\right)\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}\right)$$

Propriété 4 — Identités remarquables. : Pour tous réels a et b :
- $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
- $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
- $(a-b)(a+b) = a^2-b^2$

► Exercice 8
Soit x et y des réels. Développer et réduire les expressions suivantes

$K = (x-4)^2$

$L = (x+3)^2$

$M = (x-5)(x+5)$

$N = (2y+7)(2y-7)$

$O = (3x+11)^2$

$P = (2-5x)^2$

$Q = (\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

$R = (2x+5)^2-5(4x+1)$

$S = \left(\frac{1}{3}x+\frac{3}{7}\right)^2$

$T = \left(\frac{3}{5}x-\frac{2}{3}\right)^2+2\left(\frac{x^2}{8}-\frac{x}{4}\right)$

► Exercice 9
Soit x un réel. Factoriser les expressions suivantes.

$S = x^2+6x+9$

$T = x^2-10x+25$

$U = x^2-64$

$V = (x-1)^2-9$

$W = 9x^2+12x+4$

$X = 49x^2-70x+25$

$Y = 4x^2-9+(2x+3)(3x-1)$

$Z = (5x-1)(2x-1)+25x^2-1$

Propriété 5 : Lorsqu'une expression fait intervenir des quotients
- On cherche les éventuelles valeurs interdites
- Si les quotients sont ajoutés, on les met au même dénominateur
- On ajoute les numérateurs
- On développe et réduit le numérateur si besoin. On laisse le dénominateur sous forme factorisée.

▶ Exercice 10

Après avoir donné les éventuelles valeurs interdites, simplifier les sommes de quotients suivantes.

$$\frac{1}{x-2}+\frac{2x+4}{x-2} \qquad \frac{5x+1}{x}-\frac{3x}{x(x-1)} \qquad \frac{2}{x-4}+\frac{1}{3x-5}$$
$$\frac{2x+1}{x-3}+\frac{4x-5}{3x+1} \qquad \frac{6x+2}{3x-4}-\frac{x}{x+1} \qquad 3+\frac{2x+1}{7x-8}$$

Propriété 6 : Un produit est nul si et seulement si au moins un des facteurs est nul.
Un quotient est nul si et seulement si le numérateur est nul et le dénominateur ne l'est pas.

▶ Exercice 11

Résoudre les équations suivantes d'inconnue $x \in \mathbb{R}$:

$(2x-2)(4x-8)=0$ $\qquad$ $(x-1)(x-7)=0$

$(8x+4)(-2x-4)=0$ $\qquad$ $(3x+6)(9x-3)=0$

$(2x+1)(8-3x)(5+9x)(-4x-3)=0$

▶ Exercice 12

Après avoir factorisé les expressions suivantes, résoudre les équations d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

$(2x-2)(4x-8)+(2x-2)(3x-5)=0$ $\qquad$ $(x+1)(2x-7)+(x+1)(4x-2)=0$

$x^2+8x+16=0$ $\qquad$ $x^2-49=0$

▶ Exercice 13

Soit x un réel. Dans chacun des cas suivants, déterminer les valeurs interdites puis résoudre les équations sur $\mathbb{R}$

$$\frac{x-1}{x}=0 \qquad \frac{(2x-4)(x-3)}{2x-1}=0$$
$$\frac{x(x-2)}{2x-4}=0 \qquad \frac{x^2-2x+1}{x-1}=0$$

▶ Exercice 14

Soit x un réel. Après avoir déterminé les valeurs interdites et simplifié la somme de quotients suivante, résoudre l'équation sur $\mathbb{R}$

$$\frac{4}{2x+5}+\frac{3}{3x-6}=0$$

Propriété 7 : Pour résoudre une inéquation avec un produit ou un quotient

- Si besoin, on **factorise** dans un premier temps.
- On identifie tous les facteurs en jeu.
- On détermine les signes de chacun de ces facteurs.
- Pour déterminer le signe du produit/quotient, on applique la règle des signes : le tout est en général résumé dans un tableau de signe.
- Les zéros du dénominateur sont des valeurs interdites ! Elles ne peuvent être solution de l'équation.

L'erreur à ne pas commettre : $(ax+b)(cx+d) > 0$ si et seulement si $ax+b > 0$ et $cx+d > 0$ (et autres variantes du même type...

► Exercice 15

Résoudre les inéquations suivantes. On donnera les solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles

$(3x+12)(2x-14) \leqslant 0$

$(7x-14)(3x-18) \geqslant 0$

$(2x+1)(1-3x) < 0$

$(2x+3)(4x-12) > 0$

$(2x+2)(-4x-8)^2 > 0$

$(3x-6)(2x-3)(x+2) \leqslant 0$

► Exercice 16

Résoudre les inéquations suivantes. On donnera les solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles

$\dfrac{3x+6}{2x-16} \leq 0$

$\dfrac{7x-14}{3x-6} \geq 0$

$\dfrac{(2x+1)(3x-4)^2}{5x-10} \geq 0$

$\dfrac{2x+1}{5x(3x-6)} \leq 0$

3 Fonctions

Propriété 8 : Soit D un ensemble de $\mathbb{R}$. Une fonction f définie sur D associe à tout réel x de D un unique réel noté $f(x)$.

- $f(x)$ est l'image de x par la fonction f.
- x est UN antécédent de $f(x)$ par f.

► Exercice 17

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 6$

1. Calculer $f(0)$, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$, $f\left(\dfrac{8}{6}\right)$
2. Déterminer les antécédents de 0 par f;
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$ sur $\mathbb{R}$.

► Exercice 18

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - 10$ et $g(x) = 10x + 5$

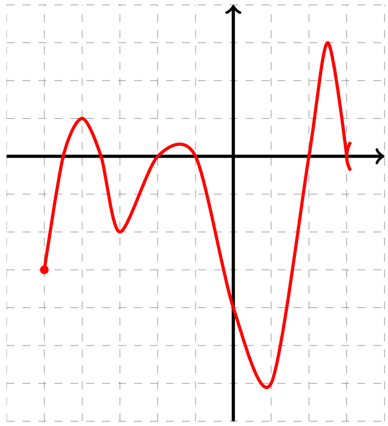
1. Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{11}{4}\right)$, $g\left(\frac{3}{5}\right)$
2. Déterminer les antécédents de 0 par f et g;
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Propriété 9 : Soit f une fonction définie sur un ensemble D. La courbe représentative de f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ pour x qui parcourt l'ensemble D.

- Les **A**ntécédents se lisent sur l'axe des **A**bscisses.
- Les images se lisent sur l'axe des ordonnées.

► Exercice 19

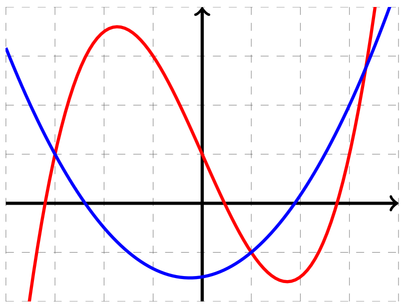
Soit f la fonction dont la courbe représentative est donnée ci-contre



1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Quelle est l'image par f de -2 ? de 1 ?
3. Que vaut $f(-3)$?
4. Combien y a-t-il d'antécédents par f du réel -2 ? du réel -3 ?
5. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
6. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) \leqslant 0$

► Exercice 20

Soit $f : x \mapsto \frac{x^3}{4} - \frac{9x}{4} + 1$ et $g : x \mapsto \frac{x^2}{3} + \frac{x}{6} - \frac{3}{2}$.



1. Calculer $f(0)$ et $g(0)$.
2. Associer chaque courbe à la fonction correspondante.
3. Combien de solutions l'équation $f(x) = g(x)$ possède-t-elle sur l'intervalle $[-4{,}4]$?
4. Vérifier que $f\left(\frac{10}{3}\right) = g\left(\frac{10}{3}\right)$. Comment interpréter graphiquement cette égalité ?
5. Résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$ sur $[-4{,}4]$.

Propriété 10 : Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que f est...

- ... croissante sur I si, pour tous réels a et b de I tels que $a > b$, on a $f(a) \geqslant f(b)$
- ... décroissante sur I si, pour tous réels a et b de I tels que $a > b$, on a $f(a) \leqslant f(b)$
- ... constante sur I si, pour tous réels a et b de I, $f(a) = f(b)$

On peut résumer les informations sur les variations d'une fonction dans un tableau.

► Exercice 21

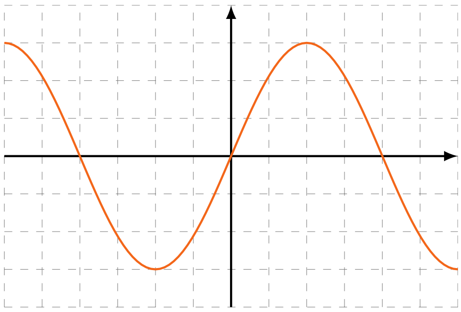
On considère une fonction f dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

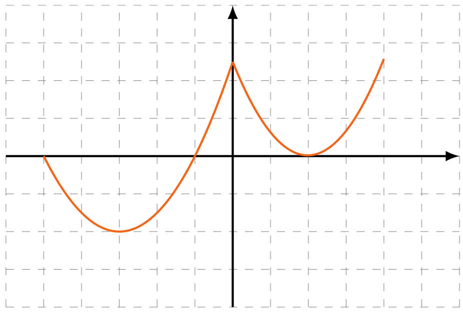
x	-15		-7		-3		8		15		21		22
Var.	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	7	$\searrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\nearrow$	3
Signe													

Compléter le tableau de signes de f puis résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ sur $[-15; 22]$

► Exercice 22

Construire le tableau de variations et de signes des fonctions suivantes, définies par leur courbe représentative.





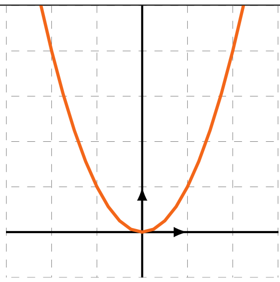
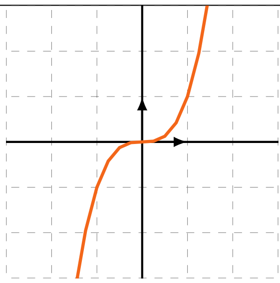
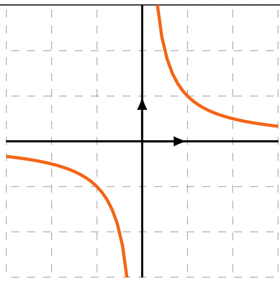
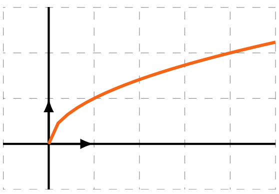
► Exercice 23

On considère une fonction g dont le tableau de de variations est donné ci-après.

x	0		1		2		3		5		7
g	4	$\rightarrow$	4	$\nearrow$	6	$\rightarrow$	6	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1

1. Quel est le domaine de définition D de g ?
2. Donner l'image de 0 par f.
3. Que vaut $f(2.5)$? Justifier.
4. Donner un encadrement de $f(6)$
5. L'équation $f(x) = 7$ a-t-elle une solution sur D ? Justifier.
6. L'équation $f(x) = 0$ a-t-elle une solution sur D ? Justifier.
7. Dans un repère orthonormé, tracer la courbe représentative d'une fonction compatible avec ce tableau de variations.

Fonctions de référence

<table>
<tr><th>Fonction</th><th>Dom.</th><th>Courbe</th><th>Tableau</th></tr>
<tr><td>$x \mapsto x^2$</td><td>$\mathbb{R}$</td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>Var.</td><td></td><td>↘</td><td>0</td><td>↗</td><td></td></tr><tr><td>Signe</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$x \mapsto x^3$</td><td>$\mathbb{R}$</td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>Variation</td><td></td><td>↗</td><td>0</td><td>↗</td><td></td></tr><tr><td>Signe</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$x \mapsto \dfrac{1}{x}$</td><td>$\mathbb{R}$</td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>Variation</td><td>0</td><td>↘</td><td>‖</td><td>↘</td><td>0</td></tr><tr><td>Signe</td><td></td><td>$-$</td><td>‖</td><td>$+$</td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$x \mapsto \sqrt{x}$</td><td>$\mathbb{R}$</td><td></td><td><table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>Var.</td><td>0</td><td>↗</td><td></td></tr><tr><td>Signe</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr></table></td></tr>
</table>

Propriété 11 : On dit qu'une fonction f est affine s'il existe des réels a et b tels que, pour tout réel x, $f(x) = ax + b$.
Dans ce cas, si x_1 et x_2 sont deux réels distincts, on a

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Le réel a est appelé "coefficient directeur"

► **Exercice 24**
Déterminer le coefficient directeur de la fonction affine g telle que $g(0) = 7$ et $g(3) = 1$

► Exercice 25

Déterminer l'expression de la fonction linéaire h telle que $h(3) = 4$

Propriété 12 : (Lecture graphique) Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine. La courbe représentative de f est une droite non verticale.

- L'ordonnée à l'origine, b, se lit à l'intersection de la droite représentative de f et de l'axe des ordonnées.
- Lorsque l'on avance de 1 dans le sens de l'axe des abscisses, la droite "varie de a" sur l'axe des ordonnées.

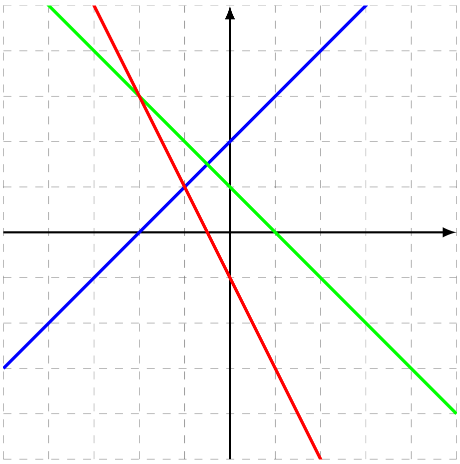
► Exercice 26

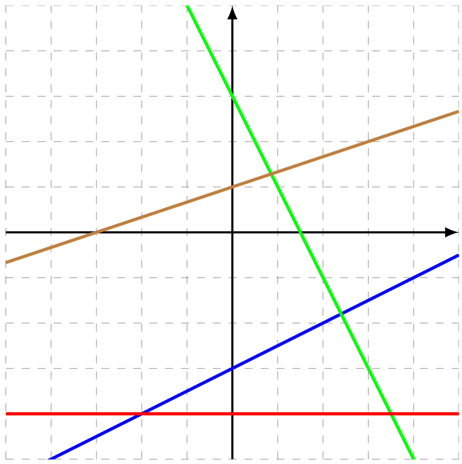
Dans un repère orthonormé, tracer les courbes représentatives des fonctions suivantes, toutes définies sur $\mathbb{R}$

$f : x \mapsto 2x$	$g : x \mapsto 3$	$h : x \mapsto 3x - 4$
$i : x \mapsto \dfrac{1}{4}x + 1$	$j : x \mapsto x - 2$	$k : x \mapsto 2x + 5$

► Exercice 27

Déterminer graphiquement l'expression algébrique des fonctions affines représentées ci-dessous

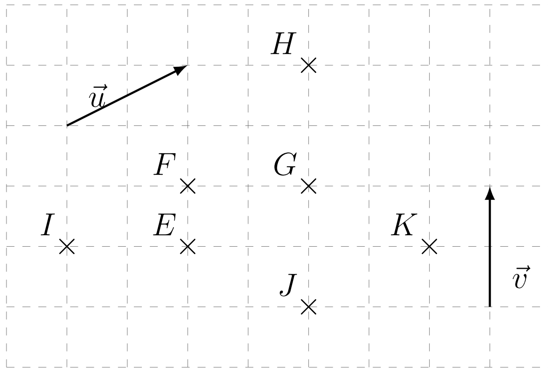




4 Géométrie

Propriété 13 : Un vecteur est un objet mathématique caractérisé par une direction (une droite), un sens et une longueur (en général appelée *norme*).

► **Exercice 28**
Sur la figure ci-contre, déterminer les vecteurs égaux aux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.



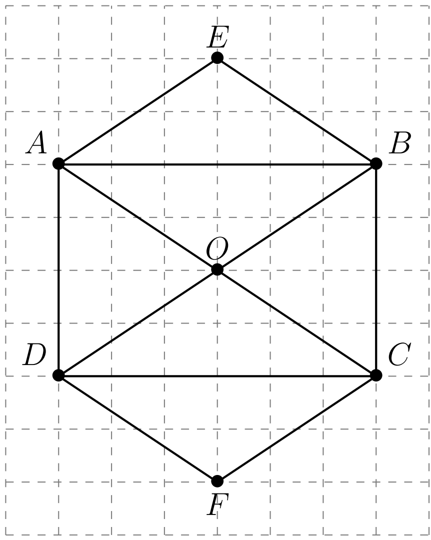
► **Exercice 29**
Construire les points L et M tels que $\overrightarrow{GL} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{KM} = \vec{v}$.

► **Exercice 30**
Construire le point N tel que $\overrightarrow{JN} = \overrightarrow{EH}$

Propriété 14 : A chaque vecteur peut être associé une translation et réciproquement.
Faire la somme de deux vecteurs, c'est faire successivement les deux translations liées à ces deux vecteurs.
En particulier, Si A, B et C sont trois points du plan, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

► **Exercice 31**
: En utilisant la figure ci-contre, simplifier les égalités de vecteurs suivantes

1. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EO} =$
2. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} =$
3. $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{FC} =$
4. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} =$
5. $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{DO} =$
6. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{OF} =$
7. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} =$
8. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{FA} =$



► **Exercice 32**
Simplifier au maximum les sommes de vecteurs suivantes

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$	$\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{AM}$
$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{PB}$	$\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DC}$	$-\overrightarrow{SK} + \overrightarrow{MK}$

Propriété 15 : Pour toute la suite, on se place dans un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ quelconque. On considère les points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.
Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$

▶ Exercice 33

Dans un repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) quelconque, on place les points $A(1;-1)$, $B(2;-3)$ et $C(4;5)$

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$.
3. Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{BC}$.
4. Déterminer les coordonnées de F, image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$

▶ Exercice 34

Dans un repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) quelconque, on place les points $A(5;3)$, $B(2;4)$, $C(-2;-3)$ et $D(0;-2)$

1. Déterminer les coordonnées des points I, J, K, L, milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].
2. Montrer que IJKL est un parallélogramme.

Propriété 16 : Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ deux vecteurs. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $xy' - x'y = 0$. Le réel $xy' - x'y$ est appelé le déterminant de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
Déterminer si des vecteurs sont colinéaires permet de
- déterminer si des droites sont paralléles ou non
- déterminer si des points sont alignés ou non

▶ Exercice 35

Dans un repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) quelconque, on place les points $K(2;-5)$, $L(8;3)$ et $M(11{,}7)$. Montrer que les vecteur $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire sur les poionts K, L et M ?

▶ Exercice 36

Dans un repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) quelconque, on place les points $N(2;3)$, $P(1;1)$, $Q(0;2)$ et $R(5;3)$.

1. Montrer que les droites (NP) et (QR) ne sont pas parallèles.
2. Montrer que les droites (NQ) et (PR) sont parallèles.

Propriété 17 : Si le repère est ORTHONORMÉ, alors la distance entre A et B vaut

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

▶ Exercice 37

Dans un repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) orthonormé, on place les points $G(3;3)$, $H(5;2)$, $I(0;-3)$. Calculer les distances GH, HI et GI puis montrer que le triangle GHI est rectangle en G.

▶ Exercice 38

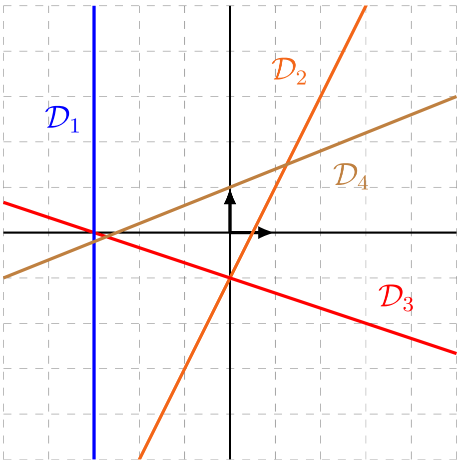
Dans un repère (O,$\vec{i}$,$\vec{j}$) orthonormé, on place les points $J(-3;3)$, $K(-4;1)$, $L(0;-1)$ et $M(1;1)$. Montrer que le quadrilatère JKLM est un rectangle.

▶ Exercice 39
On considère la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 4x - 2$. Les points suivants appartiennent-ils à la droite $\mathcal{D}$?

$A(2;5)$ $B(0;-2)$ $C(5;1480)$ $D(-3;-10)$
$E(1;2)$ $F\left(\frac{1}{2};0\right)$ $G\left(\frac{1}{3};-0.67\right)$ $H(-4;-18)$

Propriété 18 : Soit $\mathcal{D}$ une droite du plan et $\vec{v}$ un vecteur. On dit que $\vec{v}$ est un vecteur directeur de $\mathcal{D}$ s'il existe deux points distincts A et B de $\mathcal{D}$ tels que $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$. Autrement dit, $\vec{v}$ a la même direction que $\mathcal{D}$.

▶ Exercice 40
Donner les coordonnées d'un vecteur directeur pour chacune des droites tracées ci-dessous dans un repère orthonormé.



▶ Exercice 41
Dans ce même repère, tracer les droites suivantes :

- la droite $\mathcal{D}_1$, passant par le point $A(2;3)$, de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$
- la droite $\mathcal{D}_2$, passant par le point $B(-1;4)$, de vecteur directeur $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\-5\end{pmatrix}$
- la droite $\mathcal{D}_3$, passant par le point $C(-1;4)$, de vecteur directeur $\vec{w}\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$

Propriété 19 : Une équation de droite $\mathcal{D}$ est une équation vérifiée par les coordonnées de tous les points de $\mathcal{D}$ et uniquement ceux-ci.
Toute équation de droite s'écrit de la forme $ax + by + c = 0$, où a, b et c sont des réels tels que $(a;b) \neq (0{,}0)$. Cette forme est appelée "équation cartésienne".
Pour des droites non parallèles à l'axe des ordonnées, il est possible d'écrire une forme dite réduite : $y = mx + p$

▶ Exercice 42
Donner les équations réduites correspondant aux équations cartésiennes de droites suivantes.

$\mathcal{D}_1 : 4x + 2y = 0$ $\quad$ $\mathcal{D}_2 : 5y - 5x - 10 = 0$ $\quad$ $\mathcal{D}_3 : y - 3 = 0$
$\mathcal{D}_4 : 2y + 3x - 12 = 0$ $\quad$ $\mathcal{D}_5 : x + 4 = 0$ $\quad$ $\mathcal{D}_6 : 2x - 6y + 24 = 0$

▶ Exercice 43
Tracer les droites d'équations suivantes dans un repère orthonormé du plan.

$d_1 : y = \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2}$ $\quad$ $d_2 : y = -1 - x$ $\quad$ $d_3 : x = -3$

▶ Exercice 44
On considère les points $D(4;1)$, $E(2;2)$, $F(-2;-2)$ et $G(4;-2)$. Déterminer les équations réduites des droites (DE), (DG) et (FG).

Propriété 20 : Pour déterminer si deux droites se croisent et en quel point, on est amenés à résoudre simultanément deux équations : c'est ce que l'on appelle un système. Deux méthodes existent :
- La substitution : une variable est exprimée en fonction de l'autre variable dans une équation. On remplace alors cette variable dans la deuxième équation.
- La combinaison : Les équations sont chacune multipliées par un réel non nul puis additionnées toutes les deux afin d'éliminer une variable.

▶ Exercice 45
Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 et d_2 d'équation respectives $y = 2x + 5$ et $y = 3x - 8$

▶ Exercice 46
Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 d'équation $3y - x = -1$ et d_2 d'équation $3x + y + 7 = 0$.

▶ Exercice 47
Résoudre les systèmes d'équations suivants, d'inconnus x et y dans $\mathbb{R}$

$$\left\{\begin{array}{rcl} 2x + 3y & = & 8 \\ 4x + 3y & = & 10 \end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{rcl} 4x - 5y & = & 32 \\ 5x + 7y & = & -13 \end{array}\right.$$