Exercices : Carré, Racine carrée

1 Carré d'un réel

► Exercice 1

Soit x un réel. Développer les expressions suivantes

$A = (2x+3)^2$

$B = (11x-13)^2$

$C = (5x-3)(5x+3)$

$D = (2x+8)^2 - (2x+7)(2x-7)$

$E = \left(\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}\right)^2$

$F = \frac{2}{9}(3x-6)(3x+6)$

► Exercice 2

Soit x un réel. Factoriser les expressions suivantes

$G = 25x^2 - 40x + 16$

$H = 144x^2 - 81$

$I = \frac{36}{121}x^2 - \frac{4}{25}$

$J = (5x-3)^2 - 49$

$K = (8x-3)^2 - (7x+12)^2$

$L = \left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}x + \frac{2}{7}\right)^2$

► Exercice 3

Soit x un réel.

1. Factoriser l'expression $(3x+5)^2 - 16$
2. Développer l'expression $(3x+5)^2 - 16$
3. En déduire les solutions de l'équation $9x^2 + 30x + 9 = 0$

► Exercice 4

Soit x un réel de l'intervalle $[2\,;\,5]$

1. Donner un encadrement de x^2
2. Donner un encadrement de $2x^2 + 1$
3. Donner un encadrement de $3 - 5x^2$

► Exercice 5

Reprendre les questions de l'exercice précédent lorsque x est un réel de l'intervalle $[-4\,;\,-1]$

► Exercice 6

Soit x un réel de l'intervalle $[3\,;\,7]$.

1. Donner un encadrement de $2x^2 + 3x - 2$
2. Donner un encadrement $4x^2 - 5x + 1$

► Exercice 7

Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3$ est décroissante sur $]-\infty; 0]$ puis croissante sur $[0; +\infty[$

2 Racine carrée d'un réel positif

▶ Exercice 8

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

$A = \sqrt{16}$ $\quad B = \sqrt{8}$ $\quad C = \sqrt{18}$ $\quad D = \sqrt{\dfrac{81}{49}}$

$E = \dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$ $\quad F = \dfrac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ $\quad G = \dfrac{\sqrt{27} \times \sqrt{8}}{\sqrt{24}}$ $\quad H = (\sqrt{5})^4$

▶ Exercice 9

Développer et réduire au maximum les expressions suivantes.

$A = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2$ $\quad B = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})$

$C = (3 + \sqrt{8})(4 + \sqrt{2})$ $\quad D = (\sqrt{12} - \sqrt{27})^2$

▶ Exercice 10

Simplifier au maximum l'expression $A = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}$

▶ Exercice 11

On appelle nombre d'or, noté φ, le réel $\varphi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Montrer que multiplier φ par lui-même revient à lui ajouter 1.

▶ Exercice 12

On considère un triangle ABC tel que $AB = 4\sqrt{3}$, $BC = 2\sqrt{12}$ et $CA = 4\sqrt{6}$. Quelle est la nature du triangle ABC ?

▶ Exercice 13

Ecrire les expressions suivantes sous la forme $a + b\sqrt{c}$.

$\dfrac{3}{1 + \sqrt{2}}$ $\quad \dfrac{4}{2 - 3\sqrt{5}}$ $\quad \dfrac{1 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{7}}$ $\quad \dfrac{1}{\sqrt{2}(1 + \sqrt{6})}$

▶ Exercice 14

Montrer que $\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$.

▶ Exercice 15

Déterminer les domaines de définitions des fonctions suivantes.

$f : x \mapsto \sqrt{x - 5}$ $\quad g : x \mapsto \sqrt{x^2 + 3}$

$h : x \mapsto \sqrt{9 - x}$ $\quad i : x \mapsto \sqrt{(2x - 6)(-3x + 12)}$

3 Résolution d'équations

▶ Exercice 16

Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$.

$x^2 = 25$

$(x-3)^2 = 16$

$(3-2x)^2 = 5$

$(8+4x)^2 = 20$

$(5-x)^2 = 100$

$(x-7)^2 = -475$

$(2x-8)^2 = 9$

$(5x+20)^2 = 3$

▶ Exercice 17

Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$.

$(2x-8)^2 = (3x+5)^2$

$(5x+25)^2 = (2x+24)^2$

$(3x-\sqrt{2})^2 = (2x+3\sqrt{2})^2$

$(2x-\sqrt{3})^2 = (5x+\sqrt{27})^2$

▶ Exercice 18

Un adolescent laisse malencontreusement échapper son téléphone portable depuis le balcon du 5ème étage d'un immeuble. Après t secondes de chute, la hauteur h du téléphone par rapport au sol vaut

$$h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + 15$$

où g est l'accélération de la pesanteur. $g \simeq 9.8m.s^{-2}$

1. A quelle hauteur se trouve le 5ème étage de l'immeuble ?
2. Combien de temps mettra le téléphone avant de s'écraser lamentablement au sol ?

▶ Exercice 19

Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$

$\sqrt{x} = 5$

$\sqrt{x} + 4 = 9$

$\sqrt{x-3} = 8$

$\sqrt{x-5} = \sqrt{3x-9}$

$\sqrt{2x+6} = \sqrt{4x+10}$

$\sqrt{x-7} = \sqrt{7-x}$

4 Résolution d'inéquations

▶ Exercice 20

Résoudre les équations suivantes sur $\mathbb{R}$.

$x^2 \leqslant 36$

$(x-7)^2 \geqslant 121$

$(5-3x)^2 \leqslant 100$

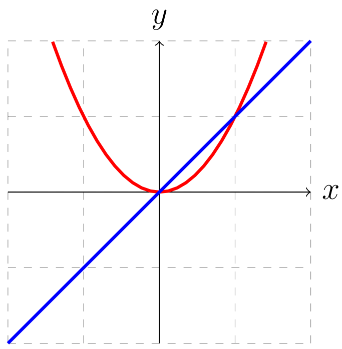
$(5x-2)^2 \geqslant 49$

$(6x-8)^2 \leqslant (3x+9)^2$

$(5x+20)^2 \geqslant (7x+16)^2$

► Exercice 21

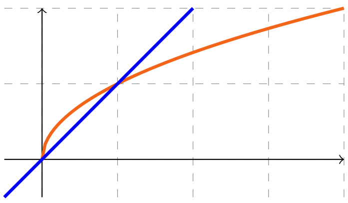
On a tracé ci-contre les représentations graphiques des fonctions $f : x \mapsto x^2$ et $g : x \mapsto x$.



1. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
2. Retrouver ce résultat par le calcul.

► Exercice 22

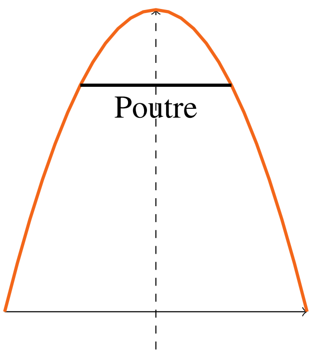
On a tracé ci-contre les représentations graphiques des fonctions $f : x \mapsto \sqrt{x}$ définie sur $\mathbb{R}+$ et $g : x \mapsto x$ définie sur $\mathbb{R}$.



Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.

► Exercice 23

La forme parabolique est souvent utilisé en architecture puisqu'elle permet de répartir les charges sur l'ouvrage. Un hangar, dont le toit est formé d'arches paraboliques, a besoin d'être consolidé à l'aide de poutres. L'équation des arches paraboliques est



$$y = -0.04x^2 + 64$$

Toutes les longueurs sont exprimées en mètres.

1. L'arche a-t-elle un axe de symétrie ?
2. Quelle est la hauteur maximale du hangar ?
3. Quelle est la largeur de l'arche ? On pourra chercher les valeurs de x pour lesquelles y vaut 0.
4. Pour des raisons de sécurité, les poutres doivent être placées à au moins 48 m du sol. Quelle est la longueur maximale que peut avoir une poutre ?