

Exercices IX : Droites et systèmes

R Dans tous les exercices, on se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 Vecteur directeur

► Exercice 1

Dans un repère orthonormé, tracer les droites suivantes :

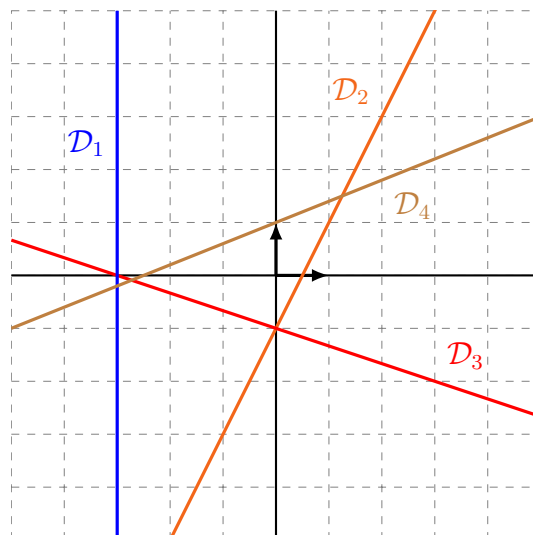
- la droite \mathcal{D}_1 , passant par le point $A(2; 3)$, de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
- la droite \mathcal{D}_2 , passant par le point $B(-1; 4)$, de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$
- la droite \mathcal{D}_3 , passant par le point $C(-1; 4)$, de vecteur directeur $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

► Exercice 2

Pour chacune des droites de l'exercice précédent, donner un second point appartenant à chacune des droites.

► Exercice 3

Donner les coordonnées d'un vecteur directeur pour chacune des droites tracées ci-dessous dans un repère orthonormé.



► Exercice 4

Soit $A(8; 5)$ et $B(14; -4)$.

1. Quelles sont les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} ?
2. Le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ est-il un vecteur directeur de la droite (AB) ?
3. Le vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est-il un vecteur directeur de la droite (AB) ?

► Exercice 5

Soit $C(2; -6)$ et $D(-1; 3)$. Pour quelle valeur de x le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ x \end{pmatrix}$ est-il un vecteur directeur de la droite (CD) ?

2 Équation cartésienne

► Exercice 6

Soit \mathcal{D} la droite d'équation $2x + 3y - 1 = 0$.

1. Donner les coordonnées d'un vecteur directeur de \mathcal{D} .
2. Le point $A(2; -1)$ appartient-il à la droite \mathcal{D} ?
3. Le point $B(-5; -3)$ appartient-il à la droite \mathcal{D} ?
4. Pour quelle valeur de y le point $C(3; y)$ appartient-il à la droite \mathcal{D} ?

► Exercice 7

Donner un vecteur directeur de chacune des droites suivantes

$$\begin{array}{lll} 3x - 5y + 2 = 0 & 6y - 3x + 2 = 0 & 3x = 2y \\ 4x + 3y = 5 & 2x + 3 = y & y + 5 = 0 \end{array}$$

► Exercice 8

Dans un repère orthonormé, représenter les droites suivantes :

- la droite \mathcal{D}_1 , d'équation $-3x + 2y - 1 = 0$
- la droite \mathcal{D}_2 , d'équation $4x + 5y - 2 = 0$
- la droite \mathcal{D}_3 , d'équation $2x + 8 = 0$

► Exercice 9

Donner une équation cartésienne de la droite passant par $A(3; 5)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

► Exercice 10

Donner une équation cartésienne de la droite passant par le point $B(-2; -7)$ et de vecteur directeur $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$.

► Exercice 11

Soit $A(4; 1)$ et $B(7; -3)$. Donner une équation cartésienne de la droite (AB)

3 Équation réduite

► Exercice 12

Donner les équations réduites correspondant aux équations cartésiennes de droites suivantes.

$$\begin{array}{lll} \mathcal{D}_1 : 4x + 2y = 0 & \mathcal{D}_2 : 5y - 5x - 10 = 0 & \mathcal{D}_3 : y - 3 = 0 \\ \mathcal{D}_4 : 2y + 3x - 12 = 0 & \mathcal{D}_5 : x + 4 = 0 & \mathcal{D}_6 : 2x - 6y + 24 = 0 \end{array}$$

► Exercice 13

On considère la droite \mathcal{D} d'équation $y = 4x - 2$. Les points suivants appartiennent-ils à la droite \mathcal{D} ?

$$\begin{array}{llll} A(2; 5) & B(0; -2) & C(5; 1480) & D(-3; -10) \\ E(1; 2) & F\left(\frac{1}{2}; 0\right) & G\left(\frac{1}{3}; -0.67\right) & H(-4; -18) \end{array}$$

► Exercice 14

Tracer les droites d'équations suivantes dans un repère orthonormé du plan.

$$\mathcal{D}_1 : y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \qquad \mathcal{D}_2 : y = -1 - x \qquad \mathcal{D}_3 : x = -3$$

► Exercice 15

Déterminer les équations réduites des droites suivantes :

1. \mathcal{D}_1 , la droite passant par $A(2; 1)$ de coefficient directeur 1
2. \mathcal{D}_2 , la droite passant par $B(-1; 4)$ de coefficient directeur -2
3. \mathcal{D}_3 , la droite parallèle à l'axe des abscisses, passant par $C(5; 21)$.
4. \mathcal{D}_4 , la droite parallèle à l'axe des ordonnées, passant par $D(-14; 28)$
5. \mathcal{D}_5 , la droite qui passe par $E(3; 7)$, d'ordonnée à l'origine 1.

► Exercice 16

On considère les points $A(-2; 2)$, $B(0; 4)$, $C(4; 16)$ et $D(-4; -6)$.

1. Déterminer l'équation réduite de la droite (AB) .
2. Les points C et D sont-ils sur la droite (AB) ?

► Exercice 17

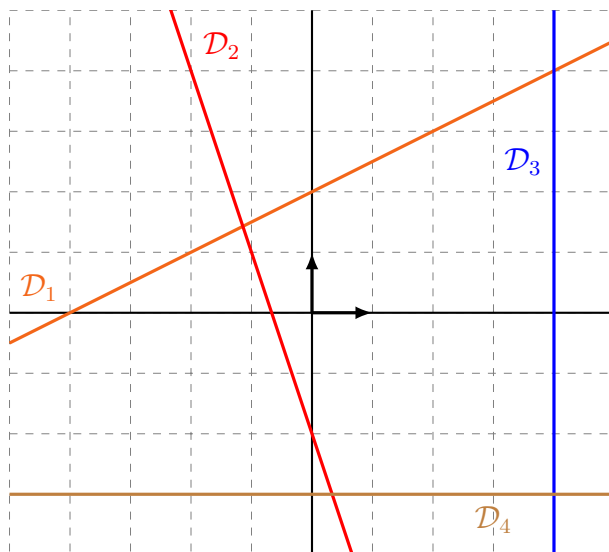
On considère les points $A(3; 0)$, $B(3; 8)$ et $C(-1; 0)$. Déterminer les équations réduites des droites (AB) , (BC) et (AC) .

► Exercice 18

On considère les points $D(4; 1)$, $E(2; 2)$ et $F(-2; -2)$. Déterminer les équations réduites des droites (DE) , (EF) et (DF) .

► **Exercice 19**

Déterminer graphiquement les équations réduites des droites \mathcal{D}_1 , \mathcal{D}_2 et \mathcal{D}_3 tracées ici dans un repère orthonormé.

► **Exercice 20**

On considère la droite \mathcal{D}_1 d'équation $y = 2x + 3$ et la droite \mathcal{D}_2 d'équation $y = -\frac{1}{2}x - 2$. On rappelle qu'on se place dans un repère orthonormé.

1. Montrer que les coordonnées du point $I(-2; -1)$ vérifient les deux équations de droite.
2. Qu'est-ce que cela signifie pour le point I ?
3. Déterminer les coordonnées de A, le point d'intersection de \mathcal{D}_1 avec l'axe des ordonnées, et les coordonnées de B, le point d'intersection de \mathcal{D}_2 avec l'axe des ordonnées.
4. Montrer que le triangle ABI est rectangle en I.
5. Que peut-on en déduire sur les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 ?

► **Exercice 21**

Parmi les vecteurs suivants, lesquels sont des vecteurs directeurs de la droite d'équation $y = 5x + 2$?

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \vec{k} \begin{pmatrix} -3 \\ -15 \end{pmatrix} \quad \vec{l} \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

► **Exercice 22**

Pour quelle valeur de b le vecteur $\vec{v} \begin{pmatrix} -5 \\ b \end{pmatrix}$ est-il un vecteur directeur de la droite d'équation $y = -2x + 7$?

► **Exercice 23**

On considère les points $A(5; 2)$ et $B(3; 9)$. Déterminer la valeur du réel m tel que $\vec{u} \begin{pmatrix} m \\ -7 \end{pmatrix}$ soit un vecteur directeur de la droite (AB) .

4 Intersection de droites

► Exercice 24

On considère la droite \mathcal{D}_1 d'équation $9x - 6y + 1 = 0$ et la droite \mathcal{D}_2 d'équation $6x - 4y + 5 = 0$.

1. Donner un vecteur directeur pour chacune de ces deux droites.
2. Ces vecteurs sont-ils colinéaires ?
3. Que peut-on en déduire sur les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 ?

► Exercice 25

On note \mathcal{D}_1 la droite d'équation $2x + 6y - 5 = 0$, \mathcal{D}_2 la droite d'équation $6x - 2y + 1 = 0$ et \mathcal{D}_3 la droite d'équation $x + 3y - 14 = 0$.

1. Les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont-elles parallèles ?
2. Les droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_3 sont-elles parallèles ?
3. Les droites \mathcal{D}_2 et \mathcal{D}_3 sont-elles parallèles ?

► Exercice 26

On considère la droite \mathcal{D} d'équation $y = 3x + 5$ et le point $A(2; 1)$. Déterminer une équation de la droite parallèle \mathcal{D} passant par A .

► Exercice 27

On considère la droite \mathcal{D} d'équation $2x - 5y + 3 = 0$ et le point $A(1; -3)$. Déterminer une équation de la droite parallèle \mathcal{D} passant par A .

► Exercice 28

Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 d'équation $x = 3$ et d_2 d'équation $y = -2x - 3$.

► Exercice 29

Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 d'équation $y = x - 1$ et d_2 d'équation $y = -3x + 3$.

► Exercice 30

Déterminer les coordonnées du point d'intersection des droites d_1 d'équation $3y - x = -1$ et d_2 d'équation $3x + y + 7 = 0$.

► Exercice 31

Résoudre les systèmes d'équations suivants, d'inconnus x et y dans \mathbb{R}

$$\left\{ \begin{array}{l} 2y + x = 5 \\ 4x + 3y = 2 \\ 2x - 3y = 2 \\ 5x + 6y = 5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 4x - 5y = 0 \\ 2x + 3y = 11 \\ y + 7x = -14 \\ -2x + 3y = 0 \end{array} \right.$$

► Exercice 32

Dans une boulangerie, Pythagore achète 2 croissants et 4 pains au chocolat pour 6 euros. Dans la même boulangerie, Thalès achète 2 croissants et un pain au chocolat pour 2.70 euros. Quel est le prix d'un croissant ? Quel est celui d'un pain au chocolat ?

► Exercice 33

Carl et Simon ont 8 ans de différence. En additionnant leurs âges, ils trouvent 104. Carl étant le plus jeune, quel est l'âge de ces deux personnages ?

► Exercice 34

Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et 3 enfants, a payé 206 euros. Pour le même spectacle, la famille B, composée de 2 adultes et 2 enfants, a payé 114 euros. Combien paiera la famille C, composée de 3 adultes et 2 enfants ?

► Exercice 35

Anne vide son portefeuille et se rend compte qu'elle possède 21 billets, tous d'une valeur de 5 ou de 10 euros. Au total, elle possède 130 euros. Combien a-t-elle de billets de 5 euros ? de 10 euros ?