DS8 : Bac blanc 2020

► **Exercice 1 — 8 points.**

En mars 2015, Max achète une plante verte mesurant 80 cm. On lui conseille de la tailler tous les ans, au mois de mars, en coupant un quart de sa hauteur. La plante poussera alors de 30 cm au cours des douze mois suivants. Dès qu'il rentre chez lui, Max taille sa plante.

Pour tout entier naturel n, on note h_n la hauteur de la plante en centimètres, avant qu'elle ne soit taillée, en mars de l'année $2015+n$. On a ainsi $h_0 = 80$.

1. Justifier que pour tout entier naturel n, $h_{n+1} = \dfrac{3}{4}h_n + 30$.
2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $h_n \leqslant 120$.
3. Montrer que la suite (h_n) est croissante.
4. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = h_n - 120$.
   (a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n.
   (b) En déduire que pour tout entier naturel n, $h_n = 120 - 40 \times \left(\dfrac{3}{4}\right)^n$
   (c) Quelle est la limite de la suite (h_n). Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.
5. On souhaite savoir à partir de quelle année la plante dépassera 1,10 m. On utilise pour cela un algorithme.
   (a) Compléter le programme suivant, écrit en Python, pour qu'il renvoie la première année à partir de laquelle la plante dépasse les 1,10 m de hauteur avant sa taille.

```
def seuil():
    H = 80
    N = 0
    while ... :
        H = ...
        N = ...
    return ...
```

   (b) Exécuter cet algorithme "à la main" et répondre au problème posé.

► Exercice 2 — 8 points.

On considère la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = \mathrm{e}^{-2x^2+4x-\frac{3}{2}}$$

La courbe représentative de f dans un repère orthogonal sera notée $\mathcal{C}_f$.

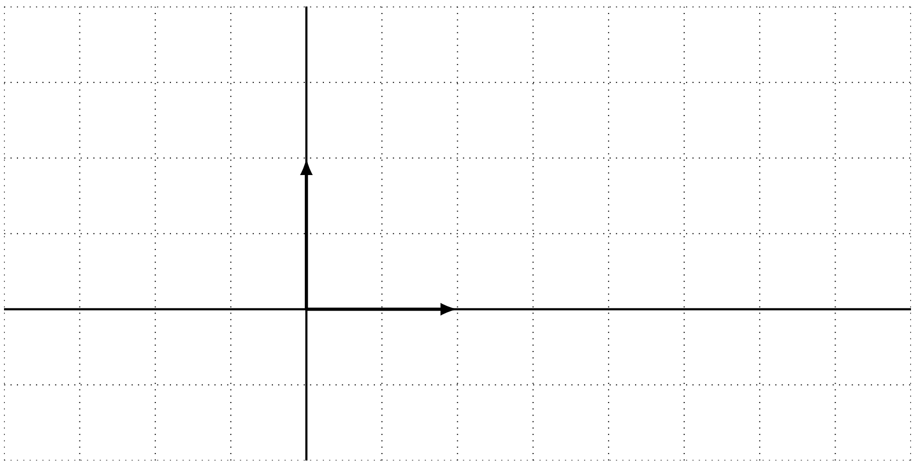
1. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer $f'(x)$ pour tout réel x.
3. Compléter le tableau de signe de f' et le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	
f	

4. Justifier que f' est dérivable sur $\mathbb{R}$ et montrer que pour tout réel x,

$$f''(x) = (16x^2 - 32x + 12)e^{-2x^2+4x-\frac{3}{2}}$$

5. Représenter l'allure de la courbe $\mathcal{C}_f$ dans le repère orthogonal ci-dessous. On représentera également les tangentes à la courbe aux points d'inflexion.



► Exercice 3 — 4 points.

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM) de 6 questions (8 à l'origine, deux ont été retirées). Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte.

Les questions sont indépendantes. Pour chaque question, indiquer la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte aucun point.

Question 1

Que vaut $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{n^5 + \dfrac{1}{n^6}}{n^2 - 2n^3}$?

A) $+\infty$	B) $-\infty$	C) $-\dfrac{1}{2}$	D) 0

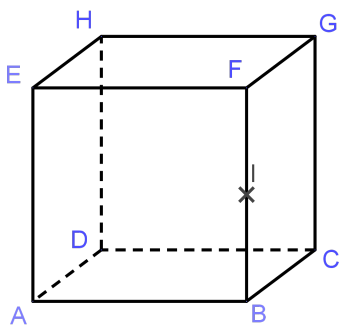
Réponse choisie :

Question 2

On considère deux suites (u_n) et (v_n) telles que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = -\infty$. Que vaut $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{u_n}{v_n}$?

A) $+\infty$	B) $-\infty$	C) 0	D) Indéterminé

Réponse choisie :



Question 3

On considère un cube $ABCDEFGH$ et on note I le milieu du segment $[BF]$. Parmi les droites suivantes, laquelle est sécante à la droite (CI) ?

A) (EF)	B) (FG)	C) (AD)	D) (HB)

Réponse choisie :

Question 4

Dans ce même cube, quelle est l'intersection des plans (GFA) et (BAC) ?

A) Le point A	B) Le point G	C) La droite (AG)	D) La droite (AD)

Réponse choisie :

Question 5

Pour tout réel x, on pose $f(x) = 2x^2$ et $g(x) = 3x + 1$. Que vaut $f \circ g(x)$?

A) $(6x+1)^2$	B) $2 \times (3x+1)^2$	C) $6x^2+1$	D) $6x^2+2$

Réponse choisie :

Question 6

Pour tout réel x, on pose $f(x) = \sqrt{2x^2 + 3x + 8}$ On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Que vaut $f'(x)$?

A) $\dfrac{1}{2\sqrt{2x^2+3x+8}}$	B) $\dfrac{4x+3}{2\sqrt{2x^2+3x+8}}$	C) $\sqrt{4x+3}$	D) $-\dfrac{4x+3}{2x^2+3x+8}$

Réponse choisie :