

DM4 : Suites

► Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = \frac{5u_n - 16}{u_n - 3}$$

On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n \neq 4$ et on pose $v_n = \frac{1}{u_n - 4}$

1. Calculer v_0
2. Montrer que la suite (v_n) est arithmétique de raison 1.
3. En déduire une expression de v_n pour tout entier naturel n .
4. En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 4 + \frac{1}{n+1}$.
5. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

► Exercice 2

Déterminer, lorsqu'elles existent, les limites des suites suivantes

$$u_n = \frac{1 - n^3}{3 - 4n} \quad ; \quad v_n = \sqrt{2n+3} - \sqrt{2n+7} \quad ; \quad w_n = \frac{\sqrt{n^4 + n^2 + 1}}{1 + 2n^2}$$

► Exercice 3

Calculer les dérivées des fonctions suivantes sur \mathbb{R} .

$$f_1 : x \mapsto e^{1-x^2} \quad f_2 : x \mapsto \sqrt{1+e^{2x}} \quad f_3 : x \mapsto \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$$

DM4 : Suites

► Exercice 1

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = \frac{5u_n - 16}{u_n - 3}$$

On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n \neq 4$ et on pose $v_n = \frac{1}{u_n - 4}$

1. Calculer v_0
2. Montrer que la suite (v_n) est arithmétique de raison 1.
3. En déduire une expression de v_n pour tout entier naturel n .
4. En déduire que pour tout entier naturel n , $u_n = 4 + \frac{1}{n+1}$.
5. Quelle est la limite de la suite (u_n) ?

► Exercice 2

Déterminer, lorsqu'elles existent, les limites des suites suivantes

$$u_n = \frac{1 - n^3}{3 - 4n} \quad ; \quad v_n = \sqrt{2n+3} - \sqrt{2n+7} \quad ; \quad w_n = \frac{\sqrt{n^4 + n^2 + 1}}{1 + 2n^2}$$

► Exercice 3

Calculer les dérivées des fonctions suivantes sur \mathbb{R} .

$$f_1 : x \mapsto e^{1-x^2} \quad f_2 : x \mapsto \sqrt{1+e^{2x}} \quad f_3 : x \mapsto \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$$